حمیدرضا امیری

آموزش ترجمهٔ متـــون ریاضی

دومجموعه‌مساوی

با توجه به تعریف زیرمجموعه، هر مجموعه دارای دو زیرمجموعهٔ بدیهی است: خودش و $\varnothing$. دو مجموعهٔ A و B مساوی هستند، اگر دو شرط زیر درست باشند

۱. $A \subseteq B$ ۲. $B \subseteq A$

شرط اول از این دو شرط نشان می‌دهد که همهٔ اعضای A عضو B هستند. دومی نشان می‌دهد که هر عضو B عضوی از A است. بنابراین، A و B دقیقاً اعضایی مثل هم (یکسان) دارند.

مثال۱. فرض کنیم $A=\{n\in Z|$باقی‌ماندهٔ تقسیم n بر عدد ۲ صفر است$\}$ و: $B=\{$همهٔ مضارب عدد ۲$\}$. ثابت کنید: $A=B$.

اثبات

قسمت ۱. $A\subseteq B$: فرض کنیم x عضو دلخواهی از A باشد (بنابراین، x هر عددی است که در شرایط عضو A بودن صدق می‌کند). ما نیاز داریم اثبات کنیم که x عضو B نیز هستند.

چون x عضوی از A است، می‌توان نوشت: $\frac{x}{۲}=q$ که q عددی صحیح است. بنابراین: $x=۲q$. (این تساوی بدین معنی است که x مضرب ۲ است.) بنابراین x عضوی از B است.

قسمت ۲. $B\subseteq A$: فرض کنیم x عضوی از B باشد. نیاز داریم ثابت کنیم که x عضوی از A است. چون x در B است، مضربی از ۲ است. بنابراین: $x=۲t$ که t عددی صحیح است. پس: $t=\frac{۲t}{۲}=\frac{x}{۲}$.

باقی‌ماندهٔ تقسیم x بر ۲ صفر است، پس x عضوی از A است. با استفاده از دو قسمت اثبات می‌توانیم نتیجه بگیریم که: $A=B$.

لغت‌ها و اصطلاحات مهم

1. definition	تعریف
2. Subset	زیرمجموعه
3. Trivial	بدیهی
4. Condition	شرط
5. States that	بیان‌کردن، نشان دادن
6. Exactly	دقیقاً
7. Belong	متعلق
8. Element	عضو
9. Integernumbers	اعداد صحیح
10. Proof	اثبات
11. To prove	اثبات کردن
12. Therefore	بنابراین
13. Remainder	باقی‌مانده
14. Division	تقسیم
15. Conclude	نتیجه‌گرفتن

By definition of subset, every set has two trivial subsets, itself and $\varnothing$. Two sets, A and B, are equal if the following two conditions are true:

1. $A \subseteq B$, **2.** $B \subseteq A$.

The first of the two conditions states that every element of A is an element of B. The second states that every element of B is an element of A. Therefore, A and B have exactly the same elements.

EXAMPLE 1. Let A={n∈Z|the remainder of the division of n by 2 is zero} and B={all integer multiples of 2}. Prove that A=B.

Proof

►Part 1. A⊆B.

Let x bea generic element of A (that is, x is any number satisfying the conditions to belong to the set A). We need to prove that x is an element of B as well.

As x is an element of A, we can write.

$$\frac{x}{2} = q,$$

where q is an integer number. Thus x=2q. This means that x is a multiple of 2. Therefore, x is an element of B.

►Part 2. B⊆A.

Let x be an element of B. We need to prove that x is an element of A as well. Because x is in B, it is a multiple of 2. Therefore, x=2t with t integer number. Thus,

$$\frac{x}{2} = \frac{2t}{2} = t.$$

As the remainder of the division of x by 2 is zero, then x is an element of A. Using both parts of this proof, we can conclude that A=B.

شما ترجمه کنید:

In some cases it is easier to compare sets after making their descriptions as explicit as possible.

Example 2. Let and $A = \{x \in R \| \left|\frac{x}{2} - 1\right| < 5\}$ and B={x∈R| is a number between the roots of the equation x^2-4x-96=0}. Prove that the two sets are equal.

Proof. We will simplify the descriptions of the tow sets.

By definition of absolute value, the inequality $\left|\frac{x}{2} - 1\right| < 5$.

Is equivalent to the inequalities $-5 < \frac{x}{2} - 1 < 5$.

Adding 1 to all three parts of the preceding inequalities, we obtain $-4 < \frac{x}{2} < 6$,

Which is equivalent to -8<x<12.

Thus we can rewrite A={x∈R|-8,x<12}.

The solutions of the equation x^2-4x-96=0 are the numbers -8 and 12 (check this claim).

Therefore, B ={x∈R|-8<x<12}.

At this point it is evident that the two sets are equal.